

Asymptotyczna teoria reprezentacji grup permutacji

Piotr Śniady⁽¹⁾

⁽¹⁾ Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski, pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław

Pod koniec XIX wieku zapoczątkowana została teoria reprezentacji [2], której przedmiotem jest badanie, w jaki sposób abstrakcyjne grupy realizują się w konkretny sposób jako grupy macierzy. Reprezentacje danej grupy mogą być użyte do konstrukcji odpowiednika transformaty Fouriera nawet na nieprzemienne grupach. Z tego powodu teoria reprezentacji stała się jednym z podstawowych narzędzi nieprzemiennej analizy harmonicznej, a zakres jej zastosowań obejmuje spacerów losowe na grupach, problemy teorii grup czy też złożoność obliczeniową komputerów kwantowych.

Grupy permutacji $S(n)$ pełnią w matematyce szczególną rolę. Pojawiają się w bardzo różnorodnych działach matematyki; są z jednej strony niemal najprostszymi grupami nieprzemienne, ale też są wystarczająco złożone aby zawierać wszystkie grupy skończone. Z tego powodu teoria reprezentacji grup permutacji $S(n)$ jest szczególnie interesująca.

Pełny opis reprezentacji grup permutacji $S(n)$ jest dostępny od ponad stu lat, a odpowiedzi na większość pytań dotyczących działań na tych reprezentacjach są znane od ponad pół wieku. Wydawałoby się więc, że teoria reprezentacji grup $S(n)$ powinna być już dawno martwa. Tak jednak nie jest i jedną z jej rozwijających się gałęzi jest badanie asymptotycznych własności reprezentacji grup permutacji $S(n)$ w granicy $n \rightarrow \infty$. Spowodowane jest to tym, że klasyczne metody opisu tych reprezentacji są wyrażone w języku kombinatorycznych algorytmów, których złożoność eksploduje wraz ze wzrostem n . Konieczne jest więc sięgnięcie po nowatorskie metody, często pochodzące z teorii macierzy losowych, teorii prawdopodobieństwa, wolnej probabilistyki Voiculescu oraz po nowe metody kombinatoryczne.

Podczas odczytu przedstawię wielomiany Kerova, które wyrażają charaktery reprezentacji przy pomocy pewnych niezwykle użytecznych wielkości zwanych wolnymi kumulantami. Wielomiany Kerova okazują się mieć bardzo interesującą strukturę, która ciągle daleka jest od pełnego zrozumienia. Zainteresowanych słuchaczy zachęcam do lektury przeglądowego artykułu [3] oraz nieco bardziej specjalistycznego tekstu [1].

Literatura

- [1] M.Dołęga, V.Féray, P.Śniady. *Explicit combinatorial interpretation of Kerov character polynomials as numbers of permutation factorizations*, preprint [arXiv:0810.3209](https://arxiv.org/abs/0810.3209)
- [2] J.-P.Serre. *Reprezentacje liniowe grup skończonych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1988.
- [3] P.Śniady, *Asymptotyczna teoria reprezentacji grup permutacji*, praca przyjęta do druku w czasopiśmie *Wiadomości Matematyczne*, preprint [arXiv:0904.4382](https://arxiv.org/abs/0904.4382)

Autor kontaktowy: Piotr Śniady

Adres e-mail autora kontaktowego: piotr.sniady@math.uni.wroc.pl

Autor referujący: Piotr Śniady